

Завдання II тур

1. У творі на тему «Моя сім'я» Оленка написала «... 6 років тому мама була старшою за мене у 3 рази, а через 24 роки вона буде старшою за мене тільки у 1,5 рази» учитель, який перевіряв роботу замилювався. У скільки разів старша за Оленку мама ЗРАЗ? Допоможіть вчителю встановити істину
2. Наповнена доверху водою посудина важить 5 кг, а наповнена наполовину – 3 кг 250 г. Скільки води вміщає посудина? Якою є маса порожньої посудини?
3. Ілля Муромець, Добриня Микитич і Альоша Попович вступили в бій з кількома велетнями. Отримавши по 3 удари богатирськими булавами, велетні почали втікати. Найбільше ударів наніс Ілля Муромець -7, найменше всього – Альоша Попович - 3. Скільки всього було велетнів?
4. Знайдіть найбільше ціле число, що належить області визначення функції $y = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{\sqrt{-x^2 + x + 20}}$.
5. При яких значеннях параметра a має розв'язки рівняння
 - a. $(3a-2)x^2 - (4-6a)x + a + 2 = 0$
6. Доведіть, що для будь-яких додатних чисел a, b і c виконується нерівність $ab(a + b - 2c) + bc(b + c - 2a) + ac(a + c - 2b) \geq 0$.
7. Обчислити $\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha + \sin 4\alpha =$
8. Обчислити $26 * 25 - 25 * 24 + 24 * 23 - 23 * 22 + 22 * 21 - 21 * 20 + 20 * 19 - 19 * 18 + 18 * 17 - 17 * 16 + 16 * 15 - 15 * 14$.
9. При яких натуральних значеннях n многочлен $P(x) = (1 - 2x^2)^n + (3x - 8)^{2n}$ ділиться націло на многочлен $x - 5$?
10. Доведіть нерівність: $2^{n+1} > 2n + 3, n \in N, n \geq 2$.
11. Розв'язати рівняння
 - a. $\cos^2 x - 3 \sin x \cos x + 1 = 0$
12. Знайдіть усі пари дійсних чисел $(x; y)$, які задовольняють нерівність $\sqrt{x^2 - 6x + 18} \cdot \sqrt{y^2 + 14y + 50} \leq 3$.

13. Доведіть, що значення виразу $\sqrt{23 - 8\sqrt{7}} + \sqrt{23 + 8\sqrt{7}}$ є цілим числом.
14. Спростити вираз: $\left(\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha}\right)(1 + \cos 4\alpha)$
15. Порівняти: $\left(\frac{2017}{2018}\right)^4$ та $\left(\frac{2016}{2017}\right)^5$
16. Доведіть, що для будь-якого натурального n значення виразу $4^n + 15n - 1$ кратне 9.
17. Знайдіть усі пари дійсних чисел $(x; y)$, які задовольняють нерівність $\sqrt{x^2 - 6x + 18} \cdot \sqrt{y^2 + 14y + 50} \leq 3$.
18. Сторона трикутника дорівнює 10 см, а медіани, проведені до двох інших сторін, – 9 см і 12 см. Знайдіть площу трикутника.