

НОВОКАХОВСЬКИЙ ПРИЛАДОБУДІВНИЙ ТЕХНІКУМ
Вправи та завдання
на розвиток пізнавальної активності студентів
в процесі навчання математики

Матеріал запропонований викладачами предметної комісії математично-фізичних дисциплін Новокаховського приладобудівного технікуму.

1. Тотожні перетворення виразів, що містять ірраціональності, модулі, параметри.

1.1. Обчислити:

$$\sqrt{10} * (\sqrt{6 - \sqrt{35}} - \sqrt{6 + \sqrt{35}})$$

(Л.1, №3 ст.4)

1.2. Обчислити:

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$$

(Л.1, №5 ст.5)

13. Знайти всі цілі числа n ? Для яких число $\sqrt{11 + 6\sqrt{n}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{n}}$ – натуральне.

(Л.2, № 4.7 ст.26)

1.4. Доведіть рівність $(\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}) = 4$

(Л.2, № 7.6 ст.46)

1.5. Доведіть, що число $\log_4 18$ є ірраціональним.

(Л.2, № 4.13 ст.26)

2. Раціональні та ірраціональні рівняння та їх системи, рівняння та системи рівнянь з модулями і параметрами.

2.1. Визначити натуральний корінь рівняння:

$$2\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) + 3\left(x - \frac{2}{x}\right) - 13 = 0.$$

(Л.1, №4 ст.20)

2.2. Визначити найбільший розв'язок рівняння

$$\sqrt[3]{(6x+7)^2} - \sqrt[3]{36x^2 - 49} = \sqrt[3]{(6x-7)^2}$$

(Л.1, №27 ст.27)

2.3. Побудуйте графік функції

$$y = \frac{1}{2}(\sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}})$$

(Л.2, №5.16 ст.32)

2.4. Розв'язати рівняння:

$$\sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} = 5$$

(Л.1, №4 ст.26)

2.5. Визначити добуток розв'язків рівняння:

$$\frac{\sqrt{13+x} - \sqrt{13-x}}{\sqrt{13+x} + \sqrt{13-x}} = \frac{13}{x}$$

(Л.1, №26 ст.27)

3. Показникові та логарифмічні функції, рівняння, нерівності та їх системи.

3.1. Визначити найбільший розв'язок рівняння:

$$\log_2^2(x+y) + \log_2^2 xy + 1 = 2\log_2(x+y) \quad (\text{Л.2, №7.32 ст.48})$$

3.2. Визначити добуток розв'язків рівняння:

$$(\sqrt[8]{8-\sqrt{63}})^x + (\sqrt[8]{8+\sqrt{63}})^x = 16 \quad (\text{Л.1, №2 ст.30})$$

3.3. Визначити найбільший розв'язок рівняння:

$$5^{\lg x+1} + 3 * x^{\lg 5} = 200 \quad (\text{Л.1, №21 ст.32})$$

3.4. Обчислити $3x^2$, якщо x - найменший розв'язок рівняння:

$$\log_{2x} 2 + \log_{3x} 3 = 2 \quad (\text{Л.1, №36 ст.33})$$

3.5. Визначити $x+y$, якщо

$$\begin{cases} x^y = 243 \\ 1024^y = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 \end{cases} \quad (\text{Л.1, №45 ст.33})$$

4. Тригонометричні функції, рівняння.

4.1. Знайти (у градусах) найменший додатній розв'язок рівняння:

$$\log_{\cos x}(\sin x) + \log_{\sin x}(\cos x) - 2 = 0 \quad (\text{Л.1, №6 ст.38})$$

4.2. Розв'яжіть рівняння

$$3\sin x - 4\cos x = \cos 5x - 7 \quad (\text{Л.2, №7.41 ст.49})$$

4.3. Визначити кількість розв'язків рівняння:

$$\sqrt{10-x^2} \cos \frac{\pi x}{2} = 0 \quad (\text{Л.1, №20 ст.39})$$

4.4. Визначити кількість розв'язків рівняння:

$$\log_{14} x = \cos x \quad (\text{Л.1, №21 ст.39})$$

4.5. Знайти (у градусах) суму розв'язків рівняння у проміжку $[0^\circ; 360^\circ]$:

$$\sin^6 x + \cos^6 x = 0,25 \quad (\text{Л.1, №34 ст.40})$$

5. Похідна та її застосування.

5.1. Знайти всі значення a , при яких функція

$$f(x) = \frac{(a^2-1)}{3}x^3 + (a-1)x^2 + 2x + 5 \text{ зростає на } R.$$

(Л.1, №73 ст.47)

5.2. При якому значенні параметра a відстань між вершинами парабол $y = x^2 + 8x + 15$ і $y = 2x^2 - 8x + a + 2$ є найменшою?

(Л.1, №13 ст.49)

5.3. Обчислити найменше ціле значення a , при якому функція $y = x^3 + ax^2 + x + 1$ зростає на всій числовій прямій.

(Л.1, №23 ст.49)

6. Задачі з геометрії.

6.1. Довжини сторін трикутника утворюють геометричну прогресію із знаменником $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$. Знайти найбільший кут трикутника (в градусах).

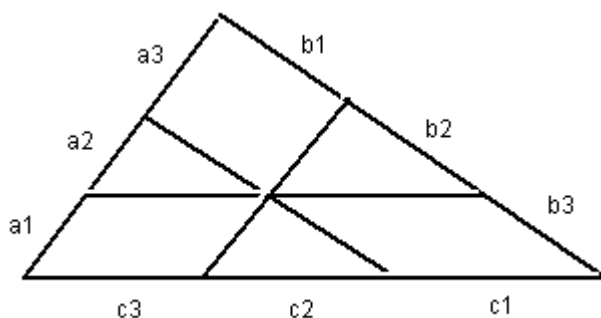
(Л.4, №9(II) ст.16)

6.2. У прямокутному трикутнику висота, проведена на гіпотенузу, ділить її на відрізки, різниця яких рівна одному з катетів трикутника. Знайти кути трикутника.

(Л.4, №24(III) ст.16)

6.3. Через довільну точку усередині трикутника проведені три прямі, паралельні до його сторін. Вони ділять сторони на відрізки $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$, як показано на малюнку.

Довести, що $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 = c_1 \cdot c_2 \cdot c_3$



(Л.4, №25(III) ст.16)

6.4. Довести, що якщо сторони прямокутного трикутника утворюють арифметичну прогресію, різниця цієї прогресії рівна радіусові вписаного в цей трикутник кола.

(Л.4, №27(III) ст.17)

7. Евристичні задачі олімпіадного характеру.

7. 1. Доведіть, що довільну суму, більшу 7 коп., можна сплатити монетами вартістю в 3 коп. та 5 коп.

(Л.2, № 1.1 ст.4)

7.2. Довести, що число $11\dots1$ (2016 одиниць) ділиться на 37.

(Л.4, №16(III) ст.9)

7. 3. Визначити останню цифру числа $43^{43} - 17^{17}$

(Л.4, №1 (III) ст.8)

(Л.3, № 1-9-8 ст.308)

Л.1. Цегелик Г.Г. і др. Збірник типових конкурсних тестових завдань з математики. – 13-те вид. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. – 136 с.

Л.2. В.А.Ясінський. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв'язування. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2008. — 208 с.

Л.3. Соровская олимпиада школьников. Задачи и решения. Составители: Д. И. Аверьянов, Белов-Канель А.Я., Васильев Н.Б. Евдокимов М. и др. М.: МЦНМО, 1995.

Л.4. 400 задач з математичних олімпіад. 8-11 класи. Упорядник: Т. В. Коваль Тернопіль. Мандрівець, 1998. – 80 с.

e-mail: nkpt81@gmail.com