

Херсонський морський коледж

Тема 1-2

1. Розв'язати рівняння: $x + \sqrt{a^2 + x^2} = \frac{5a^2}{\sqrt{a^2 + x^2}}$ (Л.1, с.9).
2. Розв'язати рівняння в цілих додатних числах: $x^2 - y^2 = 105$ (Л.2, с.82).
3. Довести, що рівняння $(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$ має дійсні корені (Л.2, с.83).
4. Для кожного значення параметра a розв'яжіть рівняння $\sqrt{x + \frac{1}{2}} + \sqrt{x + \frac{1}{4}} = a - x$ (Л.3, с.112).

Тема 3

1. Розв'язати рівняння: $\sin^4 x + \cos^{10} x = 1$ (Л.1, с.30).
2. Розв'язати рівняння: $2\cos\frac{x^2 + 2x}{6} = x^2 + 4x + 6$ (Л.3, с.294).
3. Розв'язати рівняння: $\left(5 + \frac{3}{\sin^2 x}\right)(2 - \sin^6 x) = 7 + \cos 2x$ (Л.3, с.295).
4. Побудувати графік функції $f(x) = \sqrt{4\sin x - 4}$ (Л.4).

Тема 4. Задачі з геометрії

1. Поділити даний відрізок на такі дві частини, щоб більша з них була середньою пропорційністю між всією лінією і меншою її частиною і побудувати знайдену формулу.
2. За трьома сторонами a , b та c в трикутнику ABC обчислити медіану AD , яку провели о сторони BC .
3. Обчислити з точністю до 1 мм радіус такого кола, дуга якого, що містить $81^\circ 21' 36''$, дорівнює 0,452 м.
4. Обчислити сторону правильного вписаного 12 – кутника, якщо $R=1$.
5. Обчислити діаметр кола, якщо відомо, що при основі сегменту, який дорівнює 67,2 см, його висота дорівнює 12,8 см.
6. В трикутнику KLM проведено бісектриси KN і LP , що перетинаються в точці Q . Відрізок PN має довжину 1 см, а вершина M лежить на колі, яке проходить через точки M , P і Q . Знайти сторони і кути $\triangle PNQ$.

Тема 5

1. Знайти максимум функції $y = 9 \cdot 3^x \cdot 3^{-x^2}$ використовуючи властивості показникової функції (Л.1, с.37).
2. Розв'язати нерівність: $\log_{\cos x} \log_{\sin x} \operatorname{tg} x > 0$ (Л.1, с.41).
3. Зобразити в системі координат xOy множини розв'язків нерівності $\log_{x^2+x^2-3} (2x^2 + 2x^2 - 12) \leq 1$ (Л.4, с.188).
4. Розв'язати рівняння: $3^{2x} + (x - 14) \cdot 3^x = 3x - 33$ (Л.4, с.147).

Тема 6 Похідна та її застосування:

1. Наближено обчислити значення $\arcsin 0,51$.
2. Обчислити границю $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\operatorname{tg} x - \sin x}$.
3. Знайти асимптоти графіка функції (якщо вони існують) $y = x^2 e^{-x^2}$.
4. Знайти похідну $f(x) = \frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin^2 x}$; $x \neq \pi k$; $k \in \mathbb{Z}$.
5. Знайти кут між додатним напрямком осі абсцис і дотичної до параболи $y = x^2 - 4x - 17$ в точці з абсцисою $x_0 = 2,5$.
6. Знайти всі точки графіка функції $y = \frac{x+2}{x-2}$, в кожній з яких дотична, проведена до цього графіка, утворює кут 135° з додатним напрямком осі Ox .

Тема 7. Евристичні задачі олімпіадного характеру.

1. Купець придбав 138 арш. чорного та синього сукна за 540 крб. Скільки аршинів купив він того та іншого, якщо синє коштувало 5 крб. за аршин, а чорне – 3 крб.?

Розв'язати задачу арифметичним і графічним способами.

2. Два човни відчалюють від протилежних берегів у одну і ту ж мить. Один човен йде швидше за інший, так, що вони зустрічаються в 720 метрах від найближчого берега.

Прибувши до місця призначення, кожний човен стоїть 10 хвилин, а потім він відправляється у зворотний шлях. Човни знову зустрічаються в 400 метрах від іншого берега. Чому дорівнює ширина річки?

3. Пані Марічка засадила капустою більше квадратне поле, ніж у минулому році, тому і виростила на 211 качанів більше. Скільки качанів капусти виростила пані Марічка в цьому році?

4. Велосипедист, рухаючись за вітром, проїжджає 1,5 км за 3 хвилини, а на зворотному шляху проти вітру він долає цю відстань за 4 хвилини. Допустимо, що він увесь час крутить педалі з однаковою силою, тоді скільки йому знадобиться часу, щоб проїхати 1,5 км за відсутності вітру?

5. На датському прапорі зображено білий хрест на червоному фоні. Правила вимагають, щоб площа білого хреста складала рівно половину усієї площі прапору. Довжина прапору складає 2,3 м, а ширина – 1,5 м. Визначити товщину білого хреста.

6. Вказати множину точок на площині, координати $(x; y)$ яких пов'язані співвідношенням $\left|y + \frac{1}{|y|}\right| = |x| + \frac{1}{|x|}$.

Література

1. Л.В. Кованцова, И.Г. Малышев. Сборник задач по математике.
2. Г.И. Зубелевич. Сборник задач московских математических олимпиад.
3. А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, М.С. Якір. Алгебра і початки аналізу.
4. Ю.А. Захарийченко. Полный курс математики в школе.
5. Киселёв А.П., Рыбкин Н.А. Геометрия: Планиметрия: 7-9 кл.: Учебник и задачник.– М.: Дрофа, 1995.-352с.: ил.
6. Лойд С. Математическая мозаика: пер. с англ./Сост. и ред. М.Гарднер, - 2-е изд. – М.: Мир, 1984. – 311 с., ил.
7. Грисенко М.В. Математика для економістів: Методи й моделі, приклади й задачі: Навч. Посібник.-К.: Либідь, 2007. – 720 с.
8. Математика для вступників до вузів. Навч. посібник/ Упоряд.: Бондаренко М.Ф., Дікареєв В.А., Мельников О.Ф., Семенець В.В., Шклярів Л.Й. – Харків: «Компанія СМІТ», 2002. – 1120 с.
9. А.П. Чехов Повести и рассказы / ост./авт. вступ. ст. и примеч. А.Б.Есин. – М.: Просвещение, 1986. – 191с.: ил. – (Шк. б-ка).