

Херсонська державна морська академія
Морський коледж

Тема 5. Евристичні задачі

1. Довести, що при будь-якому непарному x вираз x^3+3x^2-x-3 ділиться на 48. [1]
2. Сто фішок розташовані в один рядок. Будь-які 2 з них, що стоять через одну, можна міняти місцями. Чи можливо переставити фішки у зворотньому порядку? [1]
3. В будинку 123 мешканця, їх вік разом складає 3813 років. Чи можна вибрати серед них 100 мешканців, вік яких разом не менше за 3150 років? [2]
4. Чи існує трикутник, у якого висоти дорівнюють 1м, 2м, 3м. [2]

Тема 4. Задачі з геометрії

1. В трикутнику KLM проведені бісектриси KN і LP, які перетинаються в точці Q. Відрізок PN має довжину 1 см, а вершина M лежить на колі, яке проходить через точки M, P і Q. Знайти сторони і кути трикутника PNQ. [3]
2. У рівнобедреному трикутнику довжина описаного кола дорівнює 50π см, а його центр віддалений від бічної сторони на 15 см. Обчислити площу цього трикутника. [4]
3. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 18 см і 24 см. Обчислити відстань між точкою перетину його бісектрис і точкою перетину медіан. [4]

Тема 3. Тригонометричні функції, рівняння

Розв'язати рівняння:

1. $81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30$ [6]
2. $\sin |x| + \sqrt{1 - \cos^2 x} = 1$ [3]
3. $\sqrt{25 - 4x^2}(3 \sin 2\pi x + 8 \sin \pi x) = 0$ [9]

Тема 2. Раціональні та ірраціональні рівняння та їх системи, рівняння та системи рівнянь з модулями і параметрами

1. При якому значенні a сума кубів коренів рівняння $(2a+1)x^2+(2a+1)x+2a^2=0$ дорівнює 3? [1]
2. Розв'язати рівняння: $x + \sqrt{a^2 + x^2} = \frac{5a^2}{\sqrt{a^2+x^2}}$ [3]
3. Знайти a , при яких одночасно рівняння $(a-2)^2 - 2ax + 2a - 3 = 0$ має 2 різних кореня, а рівняння $x^2 - ax + a = 0$ не має розв'язку. [5]

Тема 1. Тотожні перетворення виразів, що містять ірраціональності, модулі, параметри

1. Спростити вираз: $\sqrt{x^2 + 2 + 2\sqrt{x^2 + 1}} - \sqrt{x^2 + 2 - 2\sqrt{x^2 + 1}}$ [7]
2. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x^2 + 3x + 6} - \sqrt{x^2 - 2x + 6} = x$ [8]
3. Розв'язати рівняння: $2\sqrt{x} + \sqrt{x-5} + \sqrt{2x+7} = 13$ [4]

Література

1. Г. І. Зубелевич “Збірник задач московських математичних олімпіад”
2. В. А. Гусєв “Позакласна робота з математики в 6-8 класах”
3. Л. В. Кованцова, І. Г. Малишев “Збірник задач з математики”
4. Ю. О. Захарійченко “Математика. Тренувальні вправи”
5. С. А. Яценко, В. В. Крючковський “Рівняння і нерівності з параметрами: якісні задачі”
6. В. М. Говоров “Збірник конкурсних задач з математики”
7. А.Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір “Алгебра. Підручник для 8-го класу”
8. Ю. В. Чудутов “Ірраціональні алгебраїчні рівняння”
9. А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір “Алгебра і початки аналізу. Підручник для 10-го класу”